LP : Notion d'impédance. Adaptation d'impédance

Prérequis : **Niveau** : CPGE

—
—
—
—

Bibliographie :

☞ *Tout en un Physique PSI* - Dunod, B. Salamito [1]
☞ *H-Prépa Ondes* [2]
☞ *Annexe physique* [3]

[1] & [2] p 56 : Cable coax
[1] Impédance accoustique
[3] Adaptation d'impédance & oreille moyenne + Cours VB impédance accoustique

La biblio de l'impédance :

* Wikipédia : - cf cite
* Cours polytechnique :

* Soutif : IV Analogie méca élec p 25 / V Notion d'impédance p 27 / p 123 mesure et diagramme.
~~Comp... et conducteur~~ - p 146 ; p 156 ; p 175 171
~~Stéphane Olivier~~

* Cours VB : - Cable coax
  - impédance accoustique

* Cours JBM : - Application oreille moyenne
* Cours ALD : - Def de l'impédance (deux types)
  - Calcul sur la ligne

* PSI : - Cable coax
* Mason : - Cable coax
  - Def impédance

* Notes : → Revoir la structure de l'oreille (contrôle 2014 Tel)
  → λacoustique et facoustique

Impédance électrique : Mesure l'oppositᵒ d'un composant au passage du courant (alternatif)
Généralisation de la loi d'Ohm en CA.

Impédance : Inventé par Heavyside (to impede, retenir, s'opposer à)

Introduction :

→ ondes ne se prop pas librement
→ Rencontrent des interfaces (abs, ref, trans)
→ ex : tympan : dioptre acoustique néc à l'audition
~~→ on ...~~
→ Impédance pour décrire les phénomènes aux interfaces

Comment faire le lien entre impédance acoustique et impédance électrique.

⇒ on a vu qu'on pouvait définir l'impédance ĉ la généralisation de la loi d'Ohm. $\boxed{Z = \frac{U}{I}}$ Ne pas parler de loi d'Ohm ≡ pertes par effet Joule

Quel lien faire avec l'acoustique? l'influence
↳ Déplacements oscillants sous la forme d'une pression.

Elec I flux du vecteur courant ; à travers la tuyau une section. L'analogue serait donc le flux de v à travers le tuyau ⇒ Débit Sv
↳ vitesse de particule

Quel analogue à la Tension?
Force ? Pression?

car $\int E.I\, dt = \int P . Sv\, dt = \int F.dx = W$. $\boxed{Z = \frac{\Delta P}{Sv} \hat{=} \frac{\Delta E}{I}}$

→ Impédance propagative, Transfert d'énergie entre deux grandeurs couplées. Cette grandeur est intensive (indep de v)

→ Impédance dissipative : Caractérise la dissipation, à priori dépend de la taille du système.

I. Interface entre deux milieux

1) ~~Notion d'impédance~~ (~~Généralités~~ Rappels ~~sur les ondes~~)

→ [Une onde c'est modélise le déplact d'une perturbato à travers un système matériel, ou non, généré par une source d'énergie.] (*)

→ Pour avoir propagation, il faut un couplage entre deux champs Egx appelées grandeurs couplées. Ces deux grandeurs échangent de l'énergie à travers le couplage

· Exemple : - U et I en électronique.
- (P et V.S en acoustique.)

L'équation commune à ces exemples est compatible à une propagato non dispersive : Eq de d'Alembert.

T : Quelle est la grandeur qui caractérise le couplage ?
C'est ~~U/I~~ l'impédance.

1) Notion d'impédance

Loi d'Ohm. Non ! = Pertes effet Joule

Def :
C'est une grandeur qui ~~aussi~~ quantifie le transfert d'énergie de deux grandeurs couplées.
(Aussi parfois donnée comme le rapport Force sur flux)

Pour le câble coaxial : Loi des mailles et loi des noeuds

Dispo câble coax

$$-\frac{\partial u(x,t)}{\partial x} = \Lambda \frac{\partial i(x,t)}{\partial t} \quad (1)$$

Λ : inductance linéique H/m

Γ : capacité linéique F/m

→ OdG

$$-\frac{\partial i(x,t)}{\partial x} = \Gamma \frac{\partial u(x,t)}{\partial t} \quad (2)$$

⇒ Eq de d'Alembert.

$$\frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2} = 0$$

$$c = \frac{1}{\sqrt{\Gamma\Lambda}}$$

Pour une OPPH : dans les x croissants $\underline{u}^+(x,t) = \underline{U_0}^+ \exp(j(\omega t - kx))$

(1) ⇒ $jk\,\underline{u}^+ = \Lambda j\omega\,\underline{i}^+$

vitesse de phase v_p d'une OPPH

Donc $\frac{\underline{u}^+}{\underline{i}^+} = \Lambda\frac{\omega}{k} = \Lambda c = \boxed{\sqrt{\frac{\Lambda}{\Gamma}} = Z_c} = 50\ \Omega$

$\Gamma = 100$ mF/m

$\Lambda \simeq 0{,}25$ µH/m

Impédance caractéristique du câble coaxial

Pour une onde sonore :

On a exactement les mêmes équations de propagation.

PFD :

Eq° Conservat° de la masse (+ compressibilité isentropique)

$$\begin{cases} \mu_0 \frac{\partial v_1}{\partial t} = -\frac{\partial P_1}{\partial x} & (1) \\ \chi_S \frac{\partial P_1}{\partial t} = -\frac{\partial v_1}{\partial x} & (2) \end{cases}$$

$$\chi_S = \frac{1}{\mu}\left.\frac{\partial \mu}{\partial P}\right|_S \sim \mu_1 = \chi_S \mu_0 P_1$$

$\frac{\partial \mu_1}{\partial t} = -\mu_0\, \mathrm{div}\, \vec{v_1}$

Lien entre Pression et masse volumique.

$$\frac{\partial^2 P_1}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 v_1}{\partial t^2} = 0 \qquad c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \chi_S}}$$

$P = P_0 \exp(j(\omega t - kx))$

Pour une OPPH : $j\mu_0\omega = jk$ ⇒ $\boxed{Z = \mu_0 c}$

On trouve :
$$\begin{cases} P_1^+(x,t) = Z\, v_1^+(x,t) \\ P_1^-(x,t) = -\underset{\downarrow \mu_0 c}{Z}\, v_1^-(x,t) \end{cases}$$

avec $Z = \frac{P_1}{v_1} = \mu_0 c$

On pose $\boxed{Z = \mu_0 c}$

Impédance acoustique du fluide

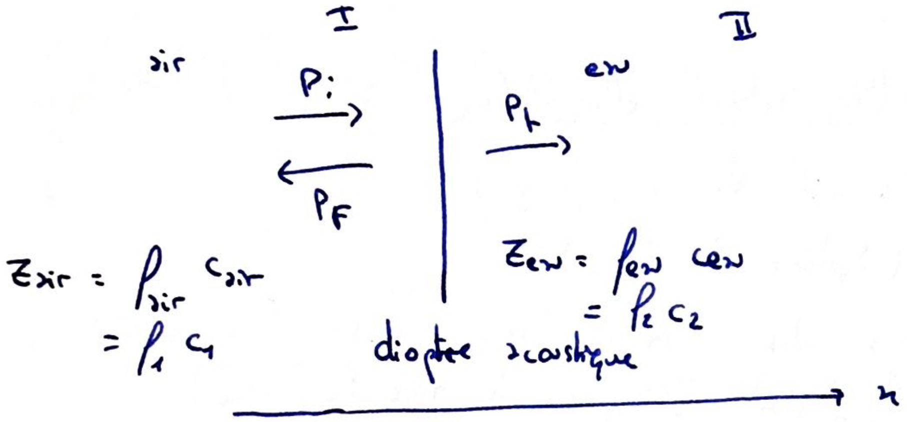
ODG : Air / Eau $\quad Z_{air} \ll Z_{eau}$

$Z_{eau} = 1{,}4 \times 10^6$ kg/m²/s

$Z_{air} = 410$ kg/m²/s

B) Transmission et réflexion

Étudions la réflexion et la transmission d'une onde sonore à travers un dioptre accoustique.
Ceci peut en première approximation modéliser une oreille, certes très primitive.



* Continuité des vitesses : $v_i + v_r = v_t$ (1) (vitesse d'une molécule à gauche = vitesse d'une molécule à droite)

* Continuité des pressions : $p_i + p_r = p_t$ (2) (donne lieu à des accélérations ∞ grandes sinon).

onde plane :

x négatifs

$v_i = \dfrac{p_i}{\rho_{air} c_{air}} = \dfrac{p_i}{Z_{air}}$; $v_r = -\dfrac{p_r}{\rho_1 c_1}$; $v_t = \dfrac{p_t}{\rho_2 c_2}$

$v_r = -\dfrac{p_r}{Z_{air}}$ $\quad v_t = \dfrac{p_t}{Z_{eau}}$

en amplitude $t = \dfrac{v_t}{v_i}$ $\quad r = \dfrac{v_r}{v_i}$

$$\begin{cases} (1) & v_i + v_r = v_t \\ (2) & v_i Z_{air} - v_r Z_{air} = v_t Z_{eau} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 1 + r = t \\ Z_{air} - r Z_{air} = t Z_{eau} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} r = \dfrac{Z_{air} - Z_{eau}}{Z_{air} + Z_{eau}} \\ t = \dfrac{2 Z_{air}}{Z_{air} + Z_{eau}} \end{cases}$$

Comme $Z_{air} \ll Z_{eau}$

$\Rightarrow \begin{cases} r \sim \cancel{0} -1 \\ t \sim 0 \end{cases}$ ~~Elles~~

R et T

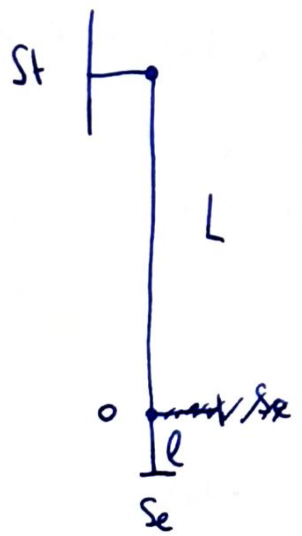
Général
+ Impédance du milieu
⇒ Pas près de à une bonne oreille

II. Améliorer la transmission de puissance.

A) En rapprochant l'impédance des deux milieux : Adaptation d'impédance.
On introduit un milieu intermédiaire favorisant la transmission d'énergie.
Vous remarquez que les impédances propagatives interviennent dans les coeff de r et t.

1) Oreille moyenne : adaptateur naturel d'impédance

→ Chaîne d'osselet dans l'oreille humaine.
Marteau, enclume, étrier. (Système de levier)
Vibrations du tympan amplifiées dans l'oreille moyenne, puis transmises à l'oreille interne via les osselets (dont on suppose la masse négligeable)



* Egalité du moment des forces en O :

$$F_t L = F_e \ell$$
$$S_t p_t L = S_e p_e \ell \quad (1)$$

* Géométrie du système impose que :

$$\frac{v_t}{L} = \frac{v_e}{\ell} \quad (2)$$

Donc $p_t \frac{S_t L^2}{v_t} = p_e \frac{S_e \ell^2}{v_e}$ ⇒ $\boxed{Z_e = \frac{S_t}{S_e}\frac{L^2}{\ell^2} Z_t}$ → impédance de l'oreille moyenne sans osselets

↳ Impédance avec osselets $\sim 35 Z_t$

$\frac{L^2}{\ell^2} = 1{,}7$

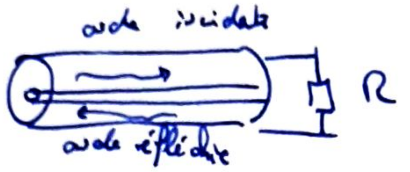
$\frac{S_t}{S_e} = 20{,}3$

Sans adaptation d'impédance la transmission est médiocre
avec on gagne $10 \log(35) = 15{,}4$ dB

$$T_I = \frac{\bar{I}_t}{\bar{I}_i} = \frac{4 \rho_2 c_2 Z_e}{(\rho c_2 + Z_e)^2} \sim \frac{4 Z_e}{\rho_2 c_2} \quad \text{Prop à } Z_e$$

$\bar{I}_t = \frac{1}{2} \mathrm{Re}(p v^*)$ et $p = Z v$

2) Résistance finale d'une ligne de transmission d'un câble coaxial.



Dispo

$\cancel{\{ \underline{U}(x,t) = \underline{U_0}^+ \exp}$

$$\begin{cases} \underline{u}(x,t) = \underline{U_0}^+ \exp(j(\omega t - kx)) + \underline{u_0}^- \exp(j(\omega t + kx)) \\ \underline{i}(x,t) = \underline{i_0}^+ \exp(j(\omega t - kx)) + \underline{i_0}^- \exp(j(\omega t + kx)) \end{cases}$$

$$R = \frac{\underline{u}(0,t)}{\underline{i}(0,t)} = Z_c \frac{\underline{U_0}^+ + \underline{U_0}^-}{\underline{U_0}^+ - \underline{U_0}^-}$$

Donc $\boxed{r_u = \frac{\underline{u_0}^-}{\underline{U_0}^+} = \frac{R - Z_c}{R + Z_c}}$ $\boxed{r_i = -r_u}$

Pas d'onde réfléchie si $R = Z_c = 50\,\Omega$.

Il y a adaptation d'impédance entre le câble et la charge résistive ~~Ho~~ lorsque l'onde incidente est totalement absorbée par la charge résistive.

Conclusion :

- Bien vu concept gén de l'impédance en Φ
- Compris pq $R = 50\ \Omega$
- modèles simples décrire réalité
- Etude de l'impédance propagative (inductive) + dissipative