Ondes évanescentes

<u>Niveau</u> : L3

<u>Prérequis</u> : Modèle de l'OPPH, Modèle de Drude, Lois de Snell-Descartes ?, Relations de passage en EM, coeff de réflexion et transmission en puissance, Vecteur de Poynting, + diélectrique.

<u>Intro</u> : Dans cette leçon, nous allons étudier un cas particulier d'onde : les ondes évanescentes. Ici en EM. Une onde évanescente ne se propage pas : elle est de la forme e^{-kx}. De plus, la moyenne temp du vecteur de Poynting pour cette onde est nul (pas d'énergie). Nous allons utilisé cette notion afin d'expliquer différents phénomènes physique tels que l'utilisation de métaux dans l'élaboration de miroir ou le capteur d'empreinte digitale à réflexion totale frustrée.

I) Reflexion sur un conducteur en incidence normale

1) Modèle de Drude

Dans un conducteur $\tau \sim 10^{-14}\,s$

On rappelle que $m \dfrac{d^2\vec{r}}{dt^2} = q(\vec{E} + \vec{v} \wedge \vec{B}) - \dfrac{m}{\tau}\vec{v}$

Comme $\dfrac{\|\vec{v} \wedge \vec{B}\|}{\|\vec{E}\|} \simeq \dfrac{v}{c} \ll 1$, on peut négliger $q\vec{v} \wedge \vec{B}$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{d^2\vec{r}}{dt^2} + \frac{1}{\tau}\frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{q}{m}\vec{E}}$$

En régime sinusoïdal forcé, $\underline{\vec{E}} = \underline{\vec{E}_0}\exp(-i\omega t)$ et $\underline{\vec{r}} = \underline{\vec{r}_0}e^{-i\omega t}$

$$\Rightarrow -\omega^2\underline{\vec{r}_0} - i\frac{\omega}{\tau}\underline{\vec{r}_0} = \frac{q}{m}\vec{E}_0 \Rightarrow \boxed{\underline{\vec{r}_0} = \frac{q}{m[(-\omega^2) - i\omega/\tau]}\vec{E}_0}$$

On en déduit polarisation volumique ②

$\underline{\vec{P}} = nq\underline{\vec{r}} = \underline{\vec{P_0}}e^{-i\omega t} \Rightarrow \boxed{\underline{\vec{P_0}} = \dfrac{-nq^2}{m(\omega^2 + i\omega/\tau)}\vec{\underline{E_0}}}$

or $\underline{\vec{P}} = \underline{\chi}(\omega)\varepsilon_0\underline{\vec{E}} \Rightarrow \boxed{\underline{\chi}(\omega) = \dfrac{nq^2}{m\varepsilon_0}\left(\dfrac{-1}{\omega^2 + i\omega/\tau}\right)}$

Enfin $\underline{\vec{j}} = \underline{\gamma}\underline{\vec{E}} = -i\omega\underline{\vec{P}}$

$\Rightarrow \boxed{\underline{\gamma} = -i\omega\varepsilon_0\underline{\chi}} = \dfrac{nq^2}{m}\ \dfrac{i\omega}{\omega^2 + i\omega/\tau}$

$\Rightarrow \boxed{\underline{\gamma} = \dfrac{nq^2}{m}\ \dfrac{\tau}{1 - i\omega\tau} = \dfrac{\gamma_0}{1 - i\omega\tau}}$ avec $\boxed{\gamma_0 = \dfrac{nq^2\tau}{m}}$

1) Relations de passage et formules de Fresnel

On étudie OPPH dans conducteur On écrit les champs et le linéaire donc en ωt

On se place en incidence normale. Les champs $\vec{E}$ et $\vec{B}$ sont donc tangents à l'interface (OPPH)

En l'absence de courants surfaciques, les relations de passage sont donc $\underline{\vec{E_i}} + \underline{\vec{E_r}} = \underline{\vec{E_t}}$ et $\underline{\vec{B_i}} + \underline{\vec{B_r}} = \underline{\vec{B_t}}$

$\Rightarrow \underline{E_{0,i}} + \underline{E_{0,r}} = \underline{E_{0,t}}$ et $\underline{B_{0,i}} + \underline{B_{0,r}} = \underline{B_{0,t}}$

or $\underline{E_{0,r}} = \underline{r}\,\underline{E_{0,i}}$ et $\underline{E_{0,t}} = \underline{t}\,\underline{E_{0,i}}$

OPPH

et $\underline{B_{0,i}} = \dfrac{n_1}{c}\underline{E_{0,i}}$ ...

$\Rightarrow 1 + \underline{r} = \underline{t}$ et $(1 - \underline{r})n_1 = \underline{t}\,\underline{n_2}$

avec $\underline{n_2} = n_2 + iK_2$

$\Rightarrow \boxed{\underline{r} = \dfrac{n_1 - \underline{n_2}}{n_1 - \underline{n_2}}}$ et $\boxed{\underline{t} = \dfrac{2n_1}{n_1 + \underline{n_2}}}$

$\Rightarrow \boxed{R = |\underline{r}|^2 = \dfrac{(n_1 - n_2)^2 + K_2^2}{(n_1 + n_2)^2 + K_2^2}}$ et $\boxed{T = \dfrac{n_2}{n_1}|\underline{t}|^2 = \dfrac{4n_1 n_2}{(n_1 + n_2)^2 + K_2^2}}$

Dans notre cas, $n_1 = 1$ (air)

et $\boxed{\underline{n}_2 = \sqrt{\underline{\varepsilon}_r} = \sqrt{1 + \underline{\chi}(\omega)}}$

3) Cas des fréquences visibles

Pour le visible on a $\omega \simeq 3 \times 10^{15}$ rad.s^{-1}

Donc $\omega \tau \gg 1$

$\Rightarrow \underline{\gamma}(\omega) \simeq i \frac{\gamma(0)}{\omega \tau}$ d'où $\underline{\varepsilon}_r = 1 + \underline{\chi}_e = 1 - \frac{\gamma}{\omega^2 \tau \varepsilon_0}$

$\Rightarrow \boxed{\underline{\varepsilon}_r = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}}$ avec $\omega_p = \left(\frac{nq^2}{m\varepsilon_0} \right)^{1/2}$

Ici $\omega_p \simeq 1{,}6 \times 10^{16}$ rad.s^{-1}.

$\Rightarrow \boxed{\underline{n}_2 = i \left(\frac{\omega_p^2}{\omega^2} - 1 \right)^{1/2}}$

Ainsi $\boxed{\vec{\underline{E}}_t = \vec{\underline{E}}_{0,t} \exp\left(- k_0 \left(\frac{\omega_p^2}{\omega^2} - 1 \right)^{1/2} z \right) \exp(-i\omega t)}$

$\Rightarrow$ Onde évanescente $\boxed{\delta = \frac{1}{k_0 \left(\frac{\omega_p^2}{\omega^2} - 1 \right)^{1/2}}} \simeq 1{,}8 \times 10^{-8}$ m

$\lambda_0 = 600$ nm

De plus $R = 1$ et $T = 0$

On retrouve bien $\langle \Pi_t \rangle = 0$.

On retrouve "éclat métallique" et emploi sous $R = 1$ explique forme de couches minces. dans réalisation miroirs

Transition: m̂ type d'ondes dans autre cas.

II) Interface entre deux diélectriques

1) Lois de Snell-Descartes

Champs sur diapo.

Relations de passage en $x=0$

$\vec{D}_{2,n} = \vec{D}_{1,n}$ $\quad \vec{E}_{2,t} = \vec{E}_{1,t}$ $\quad \vec{B}_{2,n} = \vec{B}_{1,n}$ $\quad \vec{H}_{2t} = \vec{H}_{1,t}$

Si on projette et simplifie $A_i \exp(-jk_{iy} y - jk_{iz} z) + A_r \exp(-jk_{ry} y - jk_{rz} z)$
$= A_t \exp(-jk_{ty} y - jk_{tz} z)$

familles libres $(z=0)$ et $(y=0)$ $\Rightarrow \boxed{k_{iy} = k_{ry} = k_{ty}}$ (3) $\boxed{k_{iz} = k_{rz} = k_{tz}}$ (3)

Si $\vec{N} = \vec{u_x}$ normale au dioptre

$\Rightarrow \boxed{\vec{N} \wedge \vec{k_i} = \vec{N} \wedge \vec{k_r} = \vec{N} \wedge \vec{k_t}}$ (5)

Or $\vec{k_i} = n_1 k_0 \vec{u_i}$ $\quad \vec{k_r} = n_1 k_0 \vec{u_r}$ $\quad \vec{k_t} = n_2 k_0 \vec{u_t}$

$\Rightarrow \boxed{n_1 \vec{N} \wedge (\vec{u_r} - \vec{u_i}) = 0 \text{ et } \vec{N} \wedge (n_2 \vec{u_t} - n_1 \vec{u_i}) = 0.}$ (3)

$\Rightarrow \sin(i_1) = -\sin(i_r)$ et $\boxed{n_2 \sin(i_2) = n_1 \sin(i_1)}$ (2)

$\Rightarrow \boxed{i_1 = -i_r}$ (3)

2) Reflexion totale

Si $n_1 > n_2$, il existe un angle i_L tel que reflexion totale

En effet comme $n_1 \sin(i_1) = n_2 \sin(i_2)$

$\Rightarrow \sin(i_2) = \frac{n_1}{n_2} \sin(i_1)$ or $\sin(i_2) \geq 1$.

$\Rightarrow \frac{n_1}{n_2} \sin(i_L) = 1.$ $\quad \Rightarrow \boxed{\sin(i_L) = \frac{n_2}{n_1}}$ (3)

Si l'angle incident $i_1 > i_L$, il y a reflex totale

On a tjrs $\vec{N} \wedge \vec{k_i} = \vec{N} \wedge \vec{k_r}$

$\Rightarrow \boxed{k_{ty} = k_{iy} = n_1 \frac{\omega}{c} \sin(i_1)}$ (3)

Sachant que $\underline{k}_t^2 = \underline{k}_{tx}^2 + \underline{k}_{ty}^2 = \left(n_2 \frac{\omega}{c}\right)^2$

$\Rightarrow \underline{k}_{2x}^2 = \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 (n_2^2 - n_1^2 \sin^2 i_1)$

Or $i_1 > i_2 \Rightarrow \frac{n_1}{n_2} \sin(i_1) > 1$

$\Rightarrow \underline{k}_{2x} = \pm j \frac{\omega}{c} \sqrt{n_1^2 \sin^2(i_1) - n_2^2} = \pm j K$

$$\boxed{\vec{\underline{E}}_t = \vec{\underline{E}}_{0,t} e^{-Kx} e^{j(\omega t - k_{iy} y)}}$$

$\Rightarrow$ Onde évanescente selon x. $\delta = \frac{1}{K}$

AN :

Si $n_1 = 1{,}5$, $n_2 = 1$, $i_1 = 60°$ et $\lambda = 632$ nm.

$\delta = 121$ nm

3) Reflexion totale frustrée

Mise en évidence exp. $\delta \sim 1$ cm. ou 99 nm

dans $2^{ème}$ prisme k réel $\to$ propage

explication capteur d'em preintes digitales

Rq : Analogie MQ effet tunnel ~~(ammoniac)~~

Ccl : Permet expliquer phénomènes $\to$ ouverture

ammoniac.