

COMPTE RENDU DE MONTAGE MP14

Polarisation des ondes électromagnétiques

Auteurs :
Pierre GÉHANNE,
Louis D'ERAMO

Correcteur :
Mounir EL BEIYAD

15 Janvier 2015



Table des matières

1 Déphasage nul : polarisation rectiligne	1
1.1 Production et analyse	1
1.2 Loi de Malus	2
2 Déphasage non nul	3
2.1 Obtention du déphasage	3
2.2 Étude de quelques lames biréfringentes	4
2.3 Application à la mesure de l'épaisseur d'une lame de quartz	4
3 Conclusion	5
A Remarques et commentaires	5
B Bibliographie :	6
C Attentes du programme :	6

Dans le cours d'optique, on modélise généralement la lumière comme une grandeur oscillante scalaire. Cependant, des expériences peuvent mettre en défaut ce modèle. Si on place un analyseur circulaire (succesion d'un polariseur rectiligne et d'une lame $\lambda/4$) sur un miroir plan, on voit de la lumière réfléchie pour un sens ($\lambda/4$ au-dessus) et pas de lumière réfléchie pour l'autre : le principe de retour inverse de la lumière ne s'applique pas.

On va donc s'intéresser dans ce montage à des expériences mettant en évidence le caractère vectoriel de la vibration lumineuse. Une OPPH se propageant dans la direction Oz peut s'exprimer, pour z fixé sous la forme

$$\mathbf{E} = e^{i\omega t} \begin{vmatrix} E_x \\ E_y e^{i\Delta\varphi} \\ 0 \end{vmatrix}$$

dans la base $(\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y, \mathbf{e}_z)$. Les deux composantes selon Ox et Oy forment le vecteur polarisation. Elle peuvent présenter un déphasage entre elle.

On va s'intéresser dans une première partie au cas où le déphasage est nul.

1 Déphasage nul : polarisation rectiligne

Expérience : pour modéliser l'effet de ce déphasage, on modélise les deux composantes avec des signaux électriques sinusoïdaux de même amplitude émis par des GBF. Les GBF sont reliés afin de fonctionner sur la même horloge. On visualise les deux signaux en mode XY sur l'oscilloscope et on fait varier le déphasage entre eux. Pour $\Delta\varphi = 0$, la figure dessinée est un segment oblique.

1.1 Production et analyse

Démonstration avec les ondes centimétriques

Expérience : on dispose d'un émetteur et d'un récepteur d'ondes centimétriques, de longueur d'onde 3,0 cm, tous deux munis d'un dispositif polarisant rectiligne. Lorsqu'on insère un dispositif polarisant (des barreaux métalliques parallèles disposés avec une période de quelques centimètres), on voit qu'il est possible de changer la polarisation de l'onde (l'amplitude reçue par le détecteur change avec la direction de la « grille »).

Comment est polarisé l'émetteur ? *Après une petite discussion avec Frédéric Moulin, la polarisation est dans le sens de la diode à effet Gunn, c'est à dire verticale. L'analogie est tout de même vérifiée. Le seul point délicat est que ces appareils vont laisser passer les polarisations perpendiculaires aux fils/chaînes de polymères.*

Le polaroïd

De la même façon, on peut construire des polariseurs fonctionnant pour des ondes lumineuses (ondes électromagnétiques aussi, mais de plus petite longueur d'onde), avec des polymères étirés. Ce sont des « polaroïds ».

Expérience : laser + polariseur (\mathcal{P}) et analyseur (\mathcal{A}). Il y a transmission quand \mathcal{P} et \mathcal{A} sont parallèles, extinction quand ils sont croisés.

Polarisation par réflexion et angle de Brewster

Alors qu'il était malade et devait garder le lit, Malus, s'ennuyant ferme, s'amusa à tourner un cristal biréfringent¹ (un spath d'Islande) dans la lumière réfléchie par les fenêtres du palais du Luxembourg. Il s'aperçut alors que cette lumière était polarisée. En effet, il existe pour la réflexion sur un dioptre un angle d'incidence, dit angle de Brewster, tel que la lumière réfléchie est polarisée rectilignement perpendiculairement au plan d'incidence. On peut le calculer à l'aide des coefficients de Fresnel. Cet effet est utilisé, par exemple, pour fabriquer des lasers polarisés (cf Sextant).

Expérience : on dispose d'un laser polarisé, d'un plateau tournant gradué en degrés sur lequel est placé un demi-cylindre de plexiglas et d'un analyseur. On peut ainsi trouver l'angle d'incidence du faisceau laser pour lequel l'analyseur permet d'éteindre totalement le faisceau réfléchi. On trouve $\theta_B \simeq 56^\circ$.

Le coefficient de réflexion en amplitude pour l'onde polarisée parallèlement au plan d'incidence est :

$$r_{\parallel} = \frac{\tan(\theta_i - \theta_r)}{\tan(\theta_i + \theta_r)}$$

où θ_i et θ_r sont les angles d'incidence et de réflexion. On voit que pour $\theta_i + \theta_r = \pi/2$, r_{\parallel} s'annule et il n'y a pas de faisceau réfléchi. Cette condition correspond à

$$n_a \sin \theta_B = n_p \sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta_B\right)$$

avec n_a et n_p les indices optiques de l'air et du plexiglas respectivement. En réarrangeant, on a

$$\tan \theta_B = \frac{n_p}{n_a}$$

Sachant que l'indice théorique du plexiglas est $n_p = 1,489$ et que l'indice de l'air est de $n_a = 1,000$ pour une longueur d'onde $\lambda = 633 \text{ nm}$, $\theta_{B,th} = 56,11^\circ$. On trouve expérimentalement $\theta_B = (56,0 \pm 0,5)^\circ$

Remarque : afin d'effectuer facilement la mesure, on pose le laser (non polarisé, 5 mW) sur un support élévateur, et le plateau tournant sur un pied, sans utiliser la vis de serrage. Ainsi le plateau peut tourner aisément. Pour effectuer la mesure facilement, on oriente le plateau, puis on descend le laser à l'aide du support élévateur afin que le faisceau éclaire la graduation d'angle correspondante.

1.2 Loi de Malus

Lorsque la polarisation de l'onde lumineuse incidente et l'axe d'un polariseur font un angle θ entre eux, le champ électrique incident est projeté sur l'axe du polariseur afin de donner la polarisation de l'onde émergente. En intensité (carré du champ électrique), ceci s'exprime comme la loi de Malus

$$I(\theta) = I_0 \cos^2(\theta)$$

que nous allons chercher à vérifier expérimentalement à l'aide de la machine à coudre du banc d'ellipsométrie.

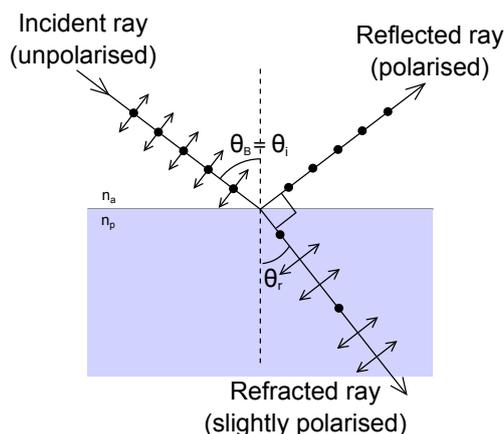


FIGURE 1 – Angle de Brewster

1. nous verrons par la suite le fonctionnement de la polarisation par biréfringence

le banc d'ellipsométrie (figure 2) est constitué d'un laser He-Ne polarisé, d'un polariseur tournant à la fréquence $f_A = (7,8 \pm 0,1)$ tr/s servant d'analyseur et d'une photodiode à silicium. En visualisant le signal reçu par la photodiode, on obtient une image de l'intensité transmise par l'analyseur en fonction de son angle.

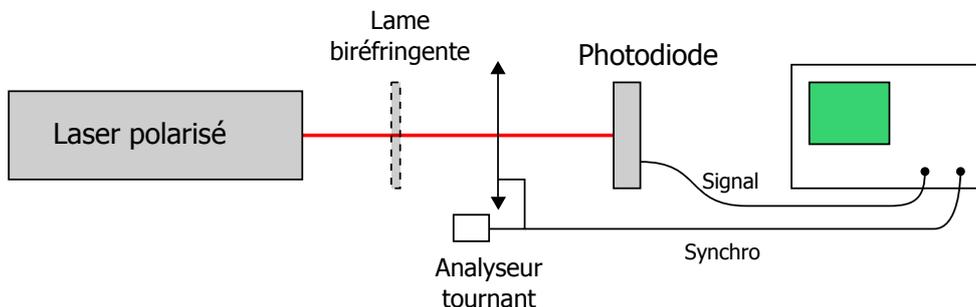


FIGURE 2 – Schéma du banc d'ellipsométrie

Expérience : Au préalable, on place la photodiode à la sortie du laser de façon à mesurer la puissance lumineuse émise par celui-ci, puis on remplace la photodiode après l'analyseur et on règle l'oscilloscope de façon à visualiser quelques périodes, on acquiert sous Igor en prenant environ 10^5 points et en moyennant quelques dizaines de fois², puis on ajuste la courbe obtenue par une fonction du type

$$I(\theta)/I_0 = [(H_0 - H_{90}) \cos^2(\theta + \varphi) + H_{90}]$$

(en normalisant par l'intensité de sortie du laser I_0). L'ajustement collant très bien à la courbe, la loi de Malus est vérifiée, et on accède aux coefficients de transmission à 0° et 90° du polariseur (φ permet simplement de fixer l'origine des angles). Expérimentalement, on trouve $H_0 \simeq 0,781$ et $H_{90} \simeq 9,95 \cdot 10^{-5}$, alors que les valeurs annoncées pour un polaroïd (Sextant) sont plutôt 0,3 et $1 \cdot 10^{-4}$. Ceci peut probablement s'expliquer par une mauvaise mesure de I_0 (il faut attendre que le laser soit thermalisé...).

Remarques :

- Pour avoir une plus grande précision sur les coefficients, on aurait pu penser à un traitement statistique sur plusieurs essais.
- il est vrai qu'une mesure au luxmètre semble plus précise qu'une mesure à la photodiode. Néanmoins on ajoute ici une incertitude sur l'angle (de l'ordre du degré) et la mesure est aussi très sensible au bruit lumineux car les sources lumineuses sont assez faibles.
- On a pensé aussi à vérifier Malus à l'aide des ondes centimétriques car il suffit de prendre une mesure à l'oscilloscope et la prise de mesure d'angle est plus précise (incertitude de l'ordre de $5'$). Néanmoins la mesure est très vite perturbée et les résultats ne sont pas concordants.

2 Déphasage non nul

Expérience : On reproduit l'expérience avec les GBF mais en faisant cette fois-ci varier le déphasage. On observe alors la polarisation elliptique et pour une valeur particulière une polarisation circulaire.

2.1 Obtention du déphasage

On a vu que pour obtenir un déphasage entre deux ondes lumineuses, on pouvait faire varier le chemin parcouru par les deux ondes (comme avec un interféromètre de Michelson). Ici on va essayer de trouver des moyens pour introduire une différence de marche entre deux polarisations.

Expérience : Dans le cas des ondes centimétriques, on peut construire une onde polarisée elliptiquement à l'aide de la grille polarisante placée devant un miroir plan (une plaque métallique)

². Le nombre de points est à choisir sur la macro d'acquisition. Si on prend plus de points, l'acquisition est beaucoup plus longue et l'ajustement sera aussi plus long.

et faisant un angle d'environ 45° avec l'émetteur (figure 3). Ainsi, des deux composantes de l'onde polarisée arrivant sur la grille, l'une est simplement réfléchie, tandis que l'autre est transmise, puis réfléchie par le miroir qui la fait tourner de 90° , ce qui la rend parallèle à la première, qui la renvoie sur l'émetteur, ou elle arrive avec une différence de marche égale au chemin parcouru en plus par rapport à la première³. On a ainsi induit un déphasage

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} 2e \cos(\theta)$$

entre les deux polarisations.

On peut s'apercevoir que la polarisation obtenue est elliptique, dans le cas général, en faisant tourner le récepteur sur son axe. Malheureusement, le placement du miroir étant assez délicat, il est difficile de fabriquer des ondes exactement rectilignes ou circulaires.

Le système ainsi conçu possède un fonctionnement analogue à celui d'une lame biréfringente. Dans une telle lame, convenablement taillée, les deux directions de polarisation correspondant aux axes neutres ressentent deux indices optiques différant de Δn . Le déphasage entre les deux directions est alors

$$\Delta\varphi = \frac{\Delta n e}{\lambda} 2\pi + 2p\pi \quad \text{où } p \in \mathbb{Z}.$$

2.2 Étude de quelques lames biréfringentes

Expérience : Pour étudier les différentes lames biréfringentes, on se sert de nouveau du banc d'ellipsométrie (figure 2), mais cette fois-ci en plaçant les lames entre le laser polarisé et l'analyseur. Plusieurs cas se présentent :

- $\Delta\varphi = \pi$: lame demi-onde. On retrouve sur l'oscilloscope une courbe du type de celle donnée par la loi de Malus, que l'on peut déphaser en tournant la lame sur son axe. La polarisation de sortie est donc rectiligne, dont l'axe dépend de l'angle entre la polarisation incidente et les axes de la lame.
- $\Delta\varphi = \pi/2$: lame quart d'onde. Dans le cas général, la polarisation en sortie est elliptique (l'intensité varie sans passer par zéro). On distingue deux cas particuliers : si la polarisation incidente est parallèle aux lignes neutres, on retrouve une polarisation rectiligne en sortie (annulation de l'intensité) ; si elle est à 45° , la polarisation de sortie est circulaire (intensité constante à l'oscilloscope).

2.3 Application à la mesure de l'épaisseur d'une lame de quartz

Maintenant que l'on connaît le comportement de lames particulières, on peut placer une lame d'épaisseur inconnue (c'est-à-dire induisant un déphasage inconnu) sur le banc. On cherche ainsi à déterminer l'épaisseur d'une lame de quartz. Il faut relier la forme de l'intensité reçue à la l'épaisseur e de la lame. En adoptant les conventions de la figure 4, on trouve que l'intensité transmise est proportionnelle à

$$\| \mathbf{E}_\alpha \|^2 = TE_0^2 \left(\cos^2(\theta) \cos^2(\omega t) + \sin^2(\theta) \sin^2(\omega t) + \frac{1}{2} \cos(\Delta\varphi) \sin(2\theta) \sin(2\omega t) \right)$$

le calcul est détaillé sur la feuille manuscrite jointe en fin de rapport. Si on place la lame de telle sorte que $\theta = \pi/4$, on obtient une tension

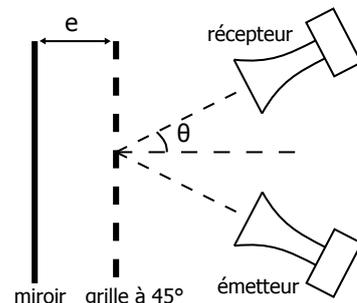


FIGURE 3 – Obtention d'une polarisation elliptique avec les ondes centimétriques

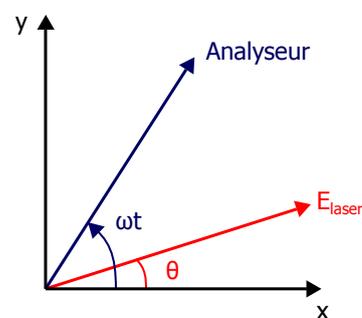


FIGURE 4 – Orientations de la polarisation incidente et de l'analyseur par rapport aux axes neutres x et y de la lame de quartz.

3. Il s'agit du même mécanisme que le michelson en lame d'air.

reçue par l'oscilloscope

$$V \propto \| \mathbf{E}_\alpha \|^2 \propto 1 + \cos(\Delta\varphi) \sin(2\omega t)$$

qu'il est possible de relier au déphasage $\Delta\varphi$

Expérience : pour faire la mesure d'épaisseur de la lame de quartz, on commence par tourner celle-ci afin de repérer ses lignes neutres (ce sont celles pour lesquelles la polarisation ressort rectiligne), puis on se place à 45° . On peut faire varier un peu l'orientation pour vérifier que l'on est bien au minimum d'amplitude de variation de V . On mesure alors, à l'oscilloscope, la valeur crête-à-crête V_{pp} et la valeur moyenne V_{moy} du signal. Le déphasage est alors $\Delta\varphi = \pm \text{Arccos}\left(\frac{V_{pp}}{2V_{moy}}\right)$, et l'épaisseur s'exprime comme

$$e = \frac{\lambda}{\Delta n} \left(\pm \frac{1}{2\pi} \text{Arccos}\left(\frac{V_{pp}}{2V_{moy}}\right) + p \right) \quad \text{où } p \in \mathbb{Z}.$$

la différence d'indice pour le quartz vaut $\Delta n = 9,11 \cdot 10^{-3}$, et la longueur d'onde du laser $\lambda = 633 \text{ nm}$.

Une des mesures prises en préparation a donné $V_{pp} = (1,138 \pm 0,008) \text{ V}$, $V_{moy} = (0,792 \pm 0,002) \text{ V}$. De plus, on sait que e est de l'ordre de $60 \mu\text{m}$. En prenant $p = 1$ et un signe négatif pour le déphasage, on obtient $e = (60,9 \pm 0,1) \mu\text{m}$. On a donc une mesure assez précise à condition d'avoir déjà une bonne idée de l'épaisseur de la lame (en fait au moins à $\lambda/2\Delta n$ près, ce qui fait ici environ $35 \mu\text{m}$).

3 Conclusion

On a vu dans cet exposé que la polarisation de la lumière peut avoir des propriétés importantes et doit être prise en compte dans un grand nombre de cas. De plus ses applications sont nombreuses. On a vu que l'on pouvait mesurer l'épaisseur d'une lame biréfringente ou une différence d'indice grâce à l'ellipsométrie. On peut aussi concevoir des milieux dit anti-reflet (comme avec l'analyseur circulaire de l'introduction). Ces objets peuvent être utilisés comme filtres photographiques pour annuler la polarisation du ciel (image de couverture), ou les réflexions brewsteriennes. On utilise aussi le principe de la polarisation dans les lunettes 3D dans les cinémas.

A Remarques et commentaires

- **Pourquoi l'émetteur d'ondes centimétriques est-il polarisé ?** Les ondes sont produites par une antenne, dont le rayonnement est en gros celui d'un dipôle. Les ondes sont donc polarisées rectilignement dans le sens de l'antenne, *a priori*. La forme du cornet joue peut-être un rôle aussi.
- **Pourquoi la grille est-elle un polariseur pour les ondes centimétriques ?** On ne sait pas trop... Comme on ne sait pas dans quel sens est la polarisation. Il faudrait étudier la question, par exemple en faisant une réflexion à l'angle de Brewster pour ces ondes (le matériel existe, mais on ne l'avait pas sorti pour le montage). Attention, il est possible que l'analogie avec un polaroïd ne soit pas parfaite (pour les polaroïds, la polarisation absorbée est celle parallèle aux chaînes de polymères).
- **Comment fabrique-t-on un laser polarisé ?** En insérant une lame de verre orientée à l'angle de Brewster dans la cavité, ce qui permet d'éliminer en grande partie une des polarisations (cf Sextant). Il aurait été bien de parler de cette application pour faire une transition de la partie sur Brewster à la vérification de la loi de Malus.
- **Comment expliquer les valeurs plutôt mauvaises trouvées pour les coefficients de transmission du polaroïd ?** laser mal polarisée, fluctuations d'intensité délivrée avec le temps...
- Bon montage au global, assez pédagogique, le coup des deux GBF est une bonne idée. Pour introduire des expériences plus originales (Malus est fait à chaque fois), on pourrait faire des interférences en lumière polarisée (expérience de la Croix de Malte...)

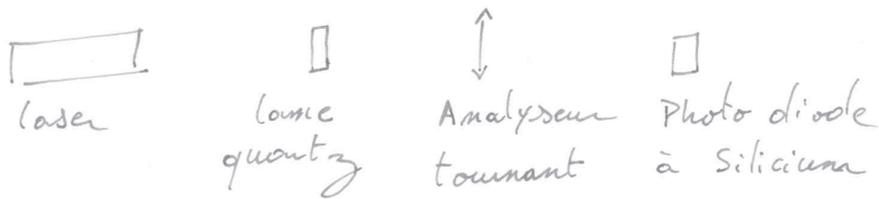
B Bibliographie :

- TP ellipsométrie Gallais : http://www.phytem.ens-cachan.fr/servlet/com.univ.collaboratif.utils.LectureFichiergw?CODE_FICHER=1351070182422&ID_FICHE=7111
- *Sextant*
- *expériences d'optique* Duffait 53.5 DUF p.177 (une très bonne ref, bien complet)
- *Optique ondulatoire : 2e année* Brébec Jean-Marie, Hprépa 53.4 BRE (très clair, des illustrations pour bien comprendre, des exemples intéressants).
- *Optique* Hecht 535 HEC p.339 (complet, un peu trop?)
- *BUP n 857* Jonanisson Lumière polarisée dans la nature
- <http://www.physique.ens-cachan.fr/laboratoire/materiel/fichiers/ondcentjeul.pdf> pour les ondes centimétriques

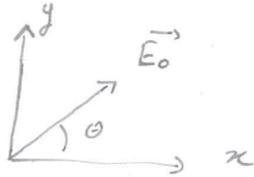
C Attentes du programme :

- reconnaître à l'aide d'un polariseur une OP rectiligne
- produire une OP rectiligne
- Loi de Malus
- identifier de façon absolue l'axe d'une polarisation, réflexion vitreuse, angle de Brewster.
- identifier les lignes neutres d'une lame 1/4 d'onde et 1/2 onde
- modifier la direction de polarisation d'une OP rectiligne
- obtenir une polarisation circulaire à partir d'une pola rectiligne
- mesurer un pouvoir rotatoire naturel
- reconnaître une lumière non polarisée
- distinguer une lumière non polarisée d'une lumière totalement polarisée

Montage ellipsométrie :



En entrée de la lame :

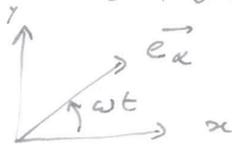


avec \vec{e}_x, \vec{e}_y axe lent et rapide de la lame

$$\vec{E}_{out} = E_0 \begin{pmatrix} \cos(\theta) \\ \sin(\theta) e^{i\Delta\varphi} \end{pmatrix}$$

où $\Delta\varphi = \frac{\Delta n}{\lambda} e 2\pi$

soit \vec{e}_α l'axe de l'analyseur :



en sortie de l'analyseur on obtient :

$$\vec{E}_2 = (\vec{E}_{out} \cdot \vec{e}_\alpha) \vec{e}_\alpha = E_0 (\cos(\theta) \cos(\alpha t) + \sin(\theta) \sin(\alpha t) e^{i\Delta\varphi}) \vec{e}_\alpha$$

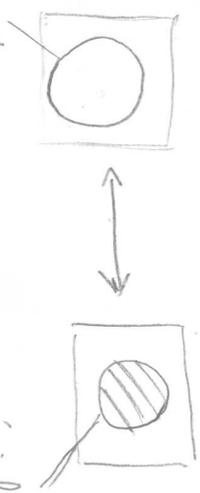
La photodiode transmet un signal proportionnel à $\|\vec{E}\|^2$.

$$\begin{aligned} \rightarrow \|\vec{E}\|^2 &= |\cos(\theta) \cos(\alpha t) + \sin(\theta) \sin(\alpha t) e^{i\Delta\varphi}|^2 \\ &= \cos^2(\theta) \cos^2(\alpha t) + \sin^2(\theta) \sin^2(\alpha t) + \cos(\Delta\varphi) \sin(2\theta) \cos(\alpha t) \sin(\alpha t) \end{aligned}$$

Si on se place avec $\theta = \frac{\pi}{4}$, on obtient :

$$\|\vec{E}\|^2 (\theta = \frac{\pi}{4}) = \frac{E_0^2}{2} (1 + \cos(\Delta\varphi) \sin(2\alpha t))$$

Introduction:



retour inverse non vérifié.

Paramètre de déphasage:

$$\vec{E} = e^{i\omega t} \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix} e^{i\Delta\phi}$$

① Déphasage nul ($\Delta\phi = 0[2\pi]$)

① Production et analyse

* Ondes centimétriques:



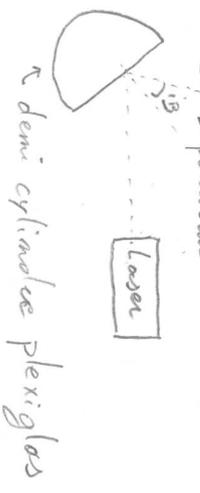
émetteur et récepteur polarisés.

- annulation du signal.
- utilisation d'une grille pour changer la polarisation.

* Polaroid:

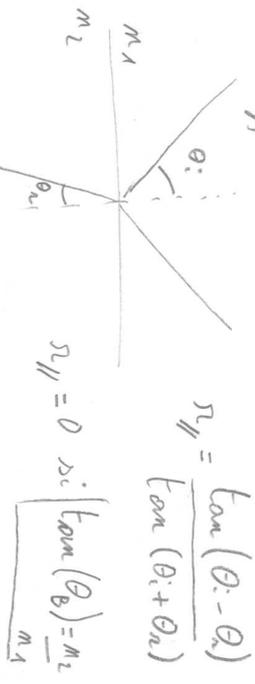
analogue de la grille en optique.

* Angle de Brewster:



M14: Polarisation des ondes électromagnétiques.

→ coefficient de Fresnel:

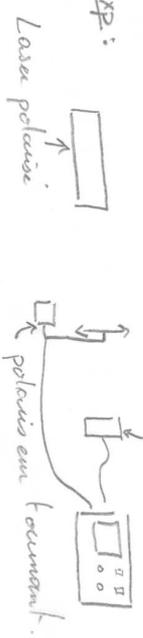


$\lambda = 633 \text{ nm}$, $n_1 = 1,489$, $n_2 = 1,000$, $\theta_{Bth} = 56,11^\circ$

② Loi de Malus

$$I(\theta) = I_0 \cos^2(\theta)$$

exp:



$$I(\theta) = I_0 \left((H_0 - H_{90}) \cos^2(\theta) + H_{90} \right)$$

$$H_{90} = \pm H_0 = \pm$$

② Déphasage non nul

① Obtention



$$\Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda} (2e \cos(\theta))$$

* lame biréfringente:

$$\Delta\phi = \frac{\Delta n e}{\lambda} = 2\pi + 2p\pi \quad p \in \mathbb{Z}$$

③ Étude de quelques lames

* $\Delta\phi = \pi$ (lame $\lambda/2$)

↳ polarisation modifiée

* $\Delta\phi = \frac{\pi}{2}$ (lame $\lambda/4$)

- polarisation // lignes noires:
- polarisation $\perp \frac{\pi}{4}$:
- autre: _____

④ Application: mesure de l'épaisseur



lame quartz, axe rapide de la lame.

$$V_{photo} \propto \| \vec{E}_R \|^2 = T E_0^2 (\cos^2(\theta) \cos^2(\alpha t) + \sin^2(\theta) \sin^2(\alpha t) + \frac{1}{2} \cos(\Delta\phi) \sin(2\theta) \sin(2\alpha t))$$

si $\theta = \pi/4$; $V_{photo} \propto 1 + \cos(\Delta\phi) \sin(2\alpha t)$

$$e = \frac{\lambda}{\Delta m} \left(\frac{\pm 1}{2\pi} \text{Arccos} \left(\frac{V_{amp}}{2V_{moy}} \right) - p \right)$$

$$V_{amp} = \pm V \quad V_{moy} = \pm V \quad e = \pm \mu m$$