MP 25 : Mesures de fréquences temporelles (hors optique)

N.B. : Remarques dûes à la correction.

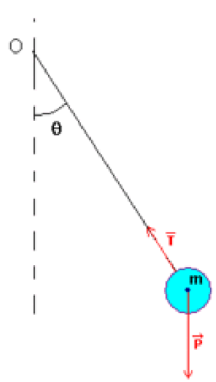
Introduction

Une fréquence temporelle est définie pour un phénomène physique se répétant dans le temps, dit périodique avec une certaine période temporelle T. La fréquence caractérise le nombre de répétitions du phénomène par unité de temps : $f = 1/T$.
Montage de métrologie : il s'agit de faire des mesures de fréquences, mais qui seront toujours par rapport à une horloge de référence (celle de nos appareils en général).
On peut faire une introduction en précisant qu'aujourd'hui c'est une fréquence (une transition hyperfine de Cesium à 9 192 631 770 Hz) qui définit la seconde, et le mètre (via c).

1 Dans le domaine temporel

Pendule

On repère la position du pendule simple par l'angle theta qu'il fait avec la verticale descendante.



La conservation de l'énergie mécanique nous donne l'équation :

$$\ddot{\theta} + \omega_0^2 \theta = 0 \tag{1}$$

Approximation des petits angles ? ? ? Frottements ? ?
où l'on a $\omega_0^2 = \frac{g}{l}$.

Une solution de cette équation est :

$$\theta(t) = \theta_0 cos(\omega_0 t)$$

de période $T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$

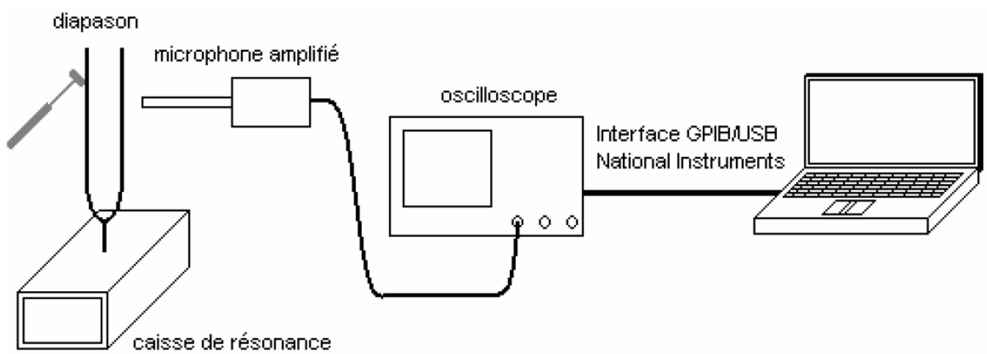
Pour que la manipulation soit la plus propre possible, il faut :
— prendre un pendule long et lourd
— utiliser une photodiode, pas un chronomètre
— déclencher au passage devant un repère
— mesurer par 10 périodes *(pas vrai en utilisant l'oscilloscope numérique)*
— faire plusieurs mesures en préparation et une en directe pour un traitement statistique des erreurs
— comparer la valeur obtenue à la valeur "théorique".
Attention aux incertitudes ! ! Peut-être utiliser la propagation des incertitudes $u = \sqrt{u_A^2 + u_B^2}$

Transition : sur le cas du diapason, la mesure dans le domaine temporelle est trop imprécise *(à cause du bruit ? ? qui se réparti uniformément en spectral)*. De plus, cela ne permet pas de remonter à son facteur de qualité.
Une autre transition possible est de mettre en défaut le passage par la valeur moyenne de l'oscillo avec un signal "bizarre".

2 Dans le domaine fréquentiel

Diapason simple

cf poly de JBD



"Le choix important à faire, c'est la durée d'acquisition qui conditionne la résolution spectrale."
Le diapason est un filtre passe-bande. On appelle f_c, sa fréquence centrale et Q, son facteur de qualité. On veut que la résolution soit suffisante pour avoir pas mal de points dans la bande passante :

$$\Delta F = \frac{1}{T_0} << \Delta f = \frac{f_c}{Q} \tag{2}$$

Le critère de Shannon impose en plus :

$$\frac{F_{e,FFT}}{2} > f_c \tag{3}$$

A.N : Pour $f_c = 440Hz$ et $Q = 5000$, (3) nous donne $F_{e,FFT} > 1000Hz$ et (2) $T_0 >> 10s$ et la FFT sera correcte si on dipose de $N_{maxFFT} >> 10000$. On peut ensuite remonter à la fréquence de coupure et au facteur de qualité du diapason *(Δf à $S_{max}/\sqrt{2}$)*.

Transition : on observe les battements avec deux diapasons et deux pics en FFT. En connaissant la fréquence d'un des diapasons, on peut mesurer la différence de fréquence et donc la fréquence des battements.

3 Par translation de fréquence

Battements de diapasons

Expérience pas trop adaptée ici, à remplacer par un GBF à 435 Hz et un diapason, et/ou la dérive de 2 GBF à 1kHz

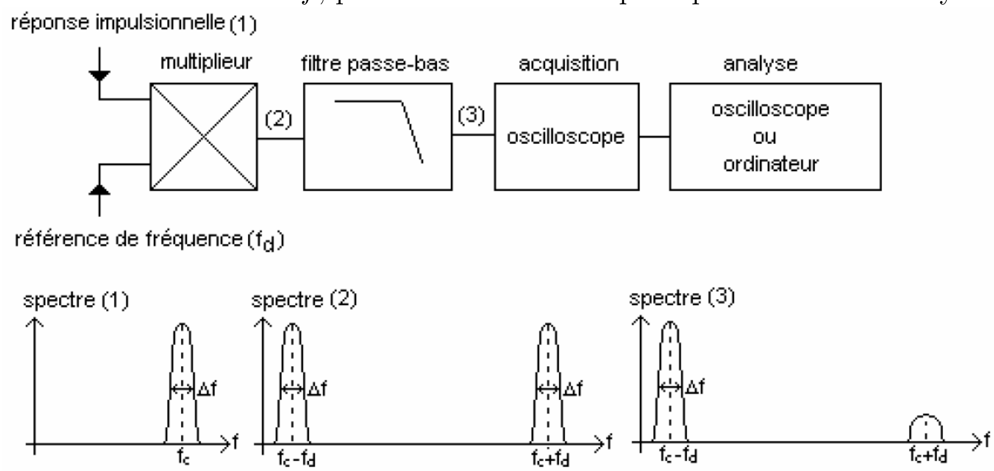
Avec deux diapasons (un de fréquence connue f_1 , l'autre inconnue f_2), on observe des battements :

$$s(t) = s_1(t) + s_2(t) = a_1 cos(\omega_1 t + \varphi_1) + a_2 cos(\omega_2 t + \varphi_2)$$

$$s(t) = s_1(t) + s_2(t) = 2a_0 cos\left(\frac{\omega_1+\omega_2}{2}t\right) cos\left(\frac{\omega_1-\omega_2}{2}t\right)$$

$$s(t) = 2a_0(t)\underbrace{cos\left(\pi\cdot\Delta f\cdot t\right)}_{variation\ lente}\underbrace{cos\left(\pi\cdot f_m\cdot t\right)}_{variation\ rapide}$$

On souhaite mesurer Δf, pour cela on utilise le principe de la détection synchrone :



On multiplie $s(t)$ par $A\ cos(\omega_1 t)$

— le premier terme de s(t) nous donne un terme constant et un autre à f_1

— le deuxième terme de s(t) nous donne un terme à Δf et un autre à f_m

On filtre à l'aide d'un filtre passe-bas à $f_c = 100Hz$. Il ne reste alors plus que le terme constant et le terme à Δf. Par la même méthode que pour le diapason simple (en mode AC pour retirer la composante continue) on détermine Δf.

Conclusion

On a utilisé 3 méthodes : par comptage en temporel, par transformée de Fourier et par battements. Les battements permettent de mesurer des fréquences dans le domaine optique puisse que de base il n'existe pas de détecteur capable de capter les oscillations du rayonnement lumineux.

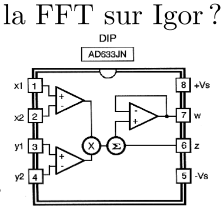
Questions

— incertitudes sur f dans la première expérience ? modèle des petits angles, frottements...

— pourquoi utiliser un temps d'acquisition aussi grand pour le diapason ? cf poly JBD

— comment fonctionne la FFT sur Igor ?

— quid du multiplieur ?



— pourquoi faut-il mettre en mode AC ? Supprimer la composante continue.
— pourquoi est-ce qu'il y a des petites oscillations sur le spectre du battement ? ...