

# MP28 : Instabilités, phénomènes non linéaires

## Bibliographie :

 Le cerveau de Manon

## Rapports de jury :

**2017** : *Ce montage ne peut pas se limiter à étudier le non isochronisme des oscillations du pendule pesant.*

**2015-2016** : *Il s'agit de bien d'illustrer quelques caractéristiques des systèmes non linéaires, de préférence dans différents domaines de la physique. Selon le (ou les) système(s) choisi(s) pour illustrer ce montage, on peut penser à la pluralité des positions d'équilibre, au phénomène de bifurcation, à l'enrichissement spectral, au ralentissement critique...*

## Table des matières

1	Le pendule pesant aux grands angles	2
2	Le bifurcateur	2
3	Oscillateur à pont de Wien	2

## Introduction

*Problématique*

*Transition :*

## Proposition de plan :

### 1 Le pendule pesant aux grands angles

On tente d'étudier la formule de Borda.

*(Tout est plutôt bien expliqué dans le CR de Joseph.)*

✓ **Manip 004.4 : Pendule aux grands angles**

**En préparation :** On équilibre le pendule. On règle le gain et l'offset du capteur, et on étalonne donc le pendule, pour savoir le lien entre tension de sortie et l'angle. Puis on fait des mesures (pour une masse bien choisie, pour avoir une période d'oscillations assez grande) de la période d'oscillations au début du lâcher du pendule. On se contente de trois période parce que l'amplitude intervient. On trace la période en fonction de l'amplitude initiale au carré.

**En direct :** On ajoute un point sur la droite.

**Exploitation :** On vérifie la formule de Borda. On peut remonter à la pulsation sans linéarité, et au facteur  $1/16$ .

Après cela, on peut qualitativement l'enrichissement spectral.

*Transition :* Ici, les effets non-linéaires à prendre compte ne nous permettent d'obtenir que des corrections à la dynamique du pendule. En revanche, elles ne modifient pas notre compréhension du problème, et en particulier, la position d'équilibre ( $\theta = 0, \dot{\theta} = 0$ ) reste stable quelle que soit les paramètres du problème.

*Nous allons voir une seconde expérience pour laquelle ça ne sera pas le cas.*

### 2 Le bifurcateur

✓ **Manip 033.1 : Bifurcateur**

**En préparation :** Faire des relevés de vitesse de rotation du bifurcateur et de l'angle auquel se trouve la bille.

**En direct :** On fait une mesure. Ce qu'on peut tracer est indiqué dans le CR de Joseph.

**Exploitation :** On peut trouver la vitesse de rotation critique, et faire un digramme de bifurcation.

*Transition :* Les non linéarités

### 3 Oscillateur à pont de Wien

✓ **Manip :**

**En préparation :** On fait les branchements. On caractérise l'ALI et le filtre.

**En direct :** On montre le démarrage des oscillations, on compare la valeur de résistance à celle théorique. On montre l'effets des non linéarités de l'ALI. Mode XY ?

**Exploitation :**

**Conclusion :**

Tableau de l'année

### II - Bifurcation

$E_p = mgR(1 - \cos\theta) - m\Omega^2 \frac{R^2}{2} \sin^2\theta$   
 $\frac{dE_p}{d\theta} = 0 \Rightarrow \theta = 0$   
 $\theta = \arccos\left(\frac{\Omega R}{g}\right)$   
 $\Delta \Omega > \Omega_c = \sqrt{\frac{g}{R}}$   
 vitesse angulaire critique

Mesure:  $\Omega = \pm \text{rad.s}^{-1}$ ,  $\theta = \pm$

### III Oscillateur de Van der Pol

Amortissement non-linéaire

$S = \alpha + \beta e^S$

$\alpha = -0,246 \pm 0,008$

$\beta = 24,6 \pm 0,8 \text{ k}\Omega$

Oscillateur

$\frac{d^2 S}{dt^2} - \epsilon \omega_0 \left(1 - \frac{S^2}{S_0^2}\right) \frac{dS}{dt} + \omega_0^2 S = 0$

→ perte d'isochronisme

$\theta_0 = \pm \text{rad}^2$ ,  $T_p = a + b\theta_0^2$

$T_p = \pm S$

$a = T_0 = \pm S$

$b = \frac{T_0}{T_0}$

enrichissement spectral

$f_0 = H_3$

$f_2 = H_2$

$\epsilon < 0$ :  $(S, \dot{S}) = (0, 0) = (u, \dot{u})$  est point fixe stable

$\epsilon > 0$ :  $(S, \dot{S})$  et  $(u, \dot{u})$  convergent vers un cycle limite stable

$R_{NL, \text{th}} < -\alpha R_{c1} = 24,6 \pm 0,8 \text{ k}\Omega$

$R_{NL, \text{exp}} = \pm k\Omega$

$\epsilon \gg 1$ : oscillations de relaxation