MP 32 : Oscillateurs couplés - Couplage d'Oscillateur

Nous connaissons la réponse des oscillateurs Φ à une sollicitation. Que se passe t'il ~~l~~ lorsqu'on couple deux oscillateurs ou plus ? Le fait d'introduire un couplage modifie le Σ et lui confère de nouvelles propriétés.

→ Nous commencerons par illustrer ce phénomène en couplant deux pendules mécaniques par un fil de torsion.

I - Pendules couplés (couple de torsion)

→ Les pendules sont couplés grâce à un fil de torsion que l'on peut rendre solidaire du reste.

* Protocole : ① Equilibrer les deux pendules afin de s'affranchir du moment du poids du pendule.

② Ajouter une masse aux pendules. La masse doit être bien connue (balance + ~~poids~~ masse étalon), $m_1 \sim m_2$.

↳ Nous donne Δm systématique

③ Mesurer la période des pendules non couplés, on calcule J et on montre que $J_1 = J_2 = J$.

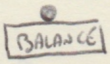
④ Ajouter le couplage. Mesurer T_1 en maintenant le dernière pendule fixe. $T_1 \to C$.

* Comment mesurer ?

• T_1, T_2 : À l'oscillo. Prendre N périodes, on divise l'incertitude de mesure par N. ($\Delta T = N T \Rightarrow u(T) = \frac{u(\Delta T)}{N}$).
L'incertitude vient de l'épaisseur du trait à l'oscillo.

• m_1, m_2 : Balance + masse étalon. $u(m) = u(\text{masse étalon})$.

masse étalon 1kg



: La balance affiche 1000,10 g   u(masse étalon) = 0,10 g.

Prendre un cylindre car + simple pour calculer l.

~~Longueur de l~~

• l : Distance axe de rotation du pendule et centre d'inertie.
On ne prend en compte que le centre d'inertie de la masse car le pendule est équilibré (on a déjà mis son centre d'inertie sur l'axe de rotation).

• J : $T = 2\pi \sqrt{\frac{J}{mgl}}$

Donc $\boxed{J = \left(\frac{T}{2\pi}\right)^2 (mgl)}$

Incertitudes : $\frac{\Delta m}{m}$ faible ; $\frac{\Delta T}{T}$ faible en $\boxed{\frac{\Delta l}{l}}$

• C : $\frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{mgl + C}{J}} \Rightarrow \boxed{C = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 J - mgl}$

Incertitudes : l et J.

$$\Delta C^2 = \left(\frac{\partial C}{\partial T}\right)^2 \Delta T^2 + \left(\frac{\partial C}{\partial J}\Delta J\right)^2 + \left(\frac{\partial C}{\partial l}\Delta l\right)^2$$ m négligeable.

• Le système utilise un potentiomètre. on a donc $\theta \propto R$.
$\theta \nearrow$ le curseur se déplace sur une piste résistante,
Donc si on relève la tension à ces bornes on a $U \propto \theta$.

conclure que les pendules sont identiques ($J_1 = J_2 = J$).

1 - Oscillateur seul :

Fait en préparation. On mesure la période d'un pendule libre

2 - Caractérisation du couplage :

On mesure C en maintenant un pendule immobile.

3 - Modes propres :

On met en évidence qu'il y a des battements. Le couplage fait que le système se comporte d'une nouvelle façon.

a - Mode propre symétrique :

On lâche les pendules avec le même angle, il reste en phase et chaque pendule ne voit pas le couplage.

* Mesure : • On montre que $\boxed{T_S = T}$ (oscillo)

$$f_S = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{mgl}{J}}$$

$$f_{AS} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{mgl+2C}{J}}$$

b - Mode anti-symétrique

On lâche les pendules avec un angle opposé $\theta_1 = -\theta_2$. Le couplage est maximal. Ils reste en opposition de phase.
Le couple de torsion est $-2\theta_1 C$.

* Mesure : • On montre que $T_{AS} < T_S$ (normal, c'est physique, le pendule est rappelé par couplage).
• On peut en déduire C car $\boxed{C = \left(\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 J - mgl\right)}\times\frac{1}{2}$ ← couplage

Il faut comparer cette valeur de C à celle calculée en 2.1.

c. Battements :

À l'aide d'un potentiomètre on observe les battements à l'oscilloscope.

$$f_+ = \frac{f_A + f_S}{2} \quad \text{et} \quad f_- = \frac{f_A - f_S}{2} \Bigg\} \quad \Theta_i(t) = A \sin\left(\left(\frac{\omega_{AS} + \omega_S}{2}\right)t\right) \sin\left(\left(\frac{\omega_{AS} - \omega}{2}\right.\right.$$

Insister sur le fait qu'on a une CL de mode propre, donc En faisant la TF on doit pouvoir retrouver f_{AS} et f_S.

Les battements s'observent avec $\begin{cases} \Theta_1 \neq 0 \\ \Theta_2 = 0 \end{cases}$

* Mesure : • FFT sur oscillo
  incertitude : Δf
  on utilise une fenêtre rectangulaire → À expliquer

Illustre le transfert d'energie entre les pendules (d'un oscillateur à l'autre).

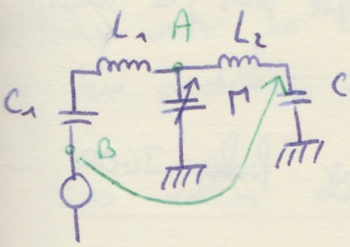
II. Couplage capacitif en oscillations forcées

→ À privilegier car on maîtrise mieux le couplage (dépend seulement de la capacité de couplage).

→ Pour un couplage inductif le couplage dépend de la distance entre les bobines...

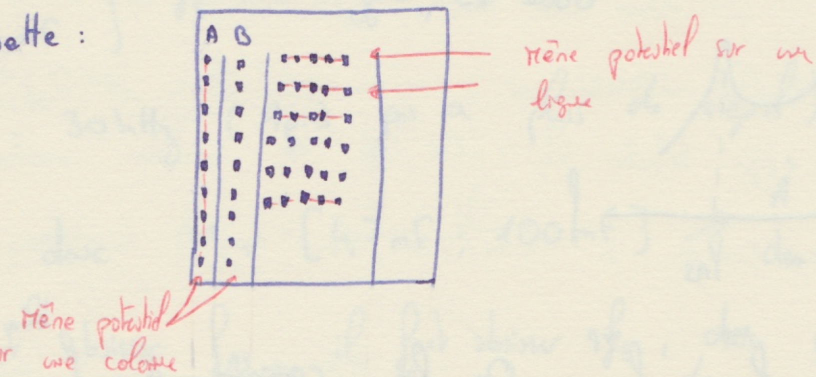
On utilise une "bredboard". C'est une plaque blanche avec des trous pour y brancher des composants électriques.

On construit les deux LC (oscillateurs identiques)



⚠ Mesurer L_1, L_2, C_1, C_2 au RLC mètre.

- La plaquette :



On a donc

$$f_{AS} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{1}{LC} + \frac{2}{L\Gamma}}$$ ← constante de couplage.

$$f_S = \sqrt{\frac{1}{LC}} \times \frac{1}{2\pi}$$ ← fréquence oscillateur seul.

* Matériel d'Elec :

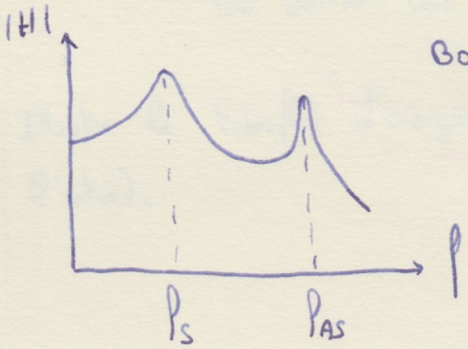
- 2 ~~bobi~~ inductances (39 mH ou 47 mH)
- 2 capacité (200 mF)
- RLC mètre (Agilent U1733C)
- Une capa de $C \in$ [quelques mF à plusieurs pF] de façon à ce que f soit visible avec IGOR ($f < 30$ kHz)

} À mesurer au RLC
(200) mF ~ 180 mF En vrai par ex.

Pour vérifier les fréquences f_s et f_{AS} :

→ On utilise le mode sweep du GBF (wobbulation). On envoit une rampe en ~~fréquen~~ fréquence. Une fréquence qui varie dans le temps. Voir fiche wobbulation

→ On utilise IGOR (plutôt à faire en direct) voir fiche IGOR.



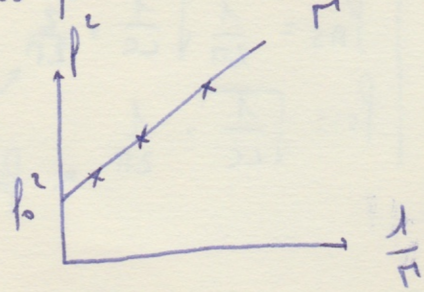
Bode en log

On mesure f_s^{exp} et f_{AS}^{exp}. On les compare à $f_s^{théo}$ et $f_{AS}^{théo}$.

On peut aussi tracer f_{AS}^2 en fonction de $\frac{1}{\Gamma}$.

⇒ Droite de pente $\frac{1}{4\pi^2}\frac{2}{L}$

Ordonnée à l'origine de f_s^2.



⚠ Il faut rajouter un système en ~~montage~~ suiveur entre le GBF et les oscillateurs.

~~Permet~~ une adaptation d'impédance (notre circuit possède une $R \sim 30\,\Omega$, ça provient des bobines.
Éviter !
comme le GBF).

Lorsqu'on place le GBF en B, on observe les modes propres symétrique et antisymétriques (on excite les deux oscillateurs couplés).

Si on place le GBF en A, on ne va observer que le mode propre ~~symétrique~~. antisymétrique !

→ Bien insister sur le fait qu'on retrouve un fonctionnement analogue aux deux pendules couplés.

Les valeurs de L et C :

$$\left.\begin{array}{l} L : 39\ mH \\ C : 100\ mF \end{array}\right\} f_s \sim 2\ kHz$$

$f_{AS\,max}$: $30\ kHz$ (Après on a plus de signal)

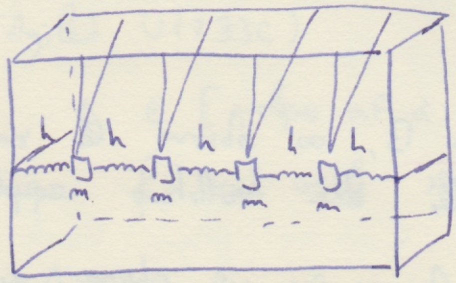
On prend donc $\Gamma = [4{,}7\ mF \; ; \; 100\ mF]$ → À prendre avec des petites pattes.

Si on veut abaisser $f_{AS\,max}$ il faut abaisser f_s, donc prendre C ou L plus grand.

III. Chaîne d'oscillateurs couplés

Voir le bouquin de physique expérimentale pour la théorie.

Dispositif :



4 masses et ressorts attachés ensemble.
Les ressort sont pas identiques (issus du même ressort + grand).
Les masses sont presque égales.
On place une bande réfléchissante sur les masses et on observe leur mvt au cours du temps.

Protocole :
1. Placer des bandes réfléchissantes sur les masses
2. Utiliser une caméra avec une CCD à l'intérieur
3. Brancher les LED de la caméra.

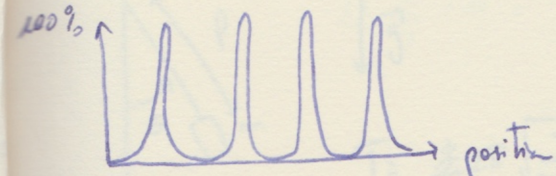
4. Placer la caméra à 1,5 m / 2 m des ressorts (utiliser pied d'optique et boy)
5. Logiciel — Intensité max possible (regler sur la caméra la force des LED.
6. Mettre la caméra à hauteur des masses
7. La caméra est composée :

- CCD
- Iris
- Profondeur de champ (focale)
- LED

⑦ on règle l'Iris pour que ça ne sature pas

⑧ on règle la profondeur de champ pour ~~ef~~ éviter les réflexions internes (pics tjs présent ? si on bouge la caméra) → il n'en faut pas !

⑨ on fait en sorte d'avoir la plus grande intensité (LED ou bien en inclinant le boy)



→ un signal idéal.

1. Réponse impulsionnelle

(onglet "distrib")

→ On met une énorme claque au système, acquisit° de 40s, clic droit sur les courbes, FFT, on sélectionne d'où à où on fait la FFT

→ on aperçoit 4 pics (normal 4 oscillateurs) si 5 pics dire que c'est probablement une oscillation du bâti...

On envoit toutes les freq mais que 4 ressortent, on excite les modes propres du système.

On peut comparer ces freq à celles théoriques

2. Oscillations forcées

En utilisant l'excitateur sur freq propre du syst (mais long et fastidieux)

Biblio :

Stephane Olivier : Physique des ondes p 110 chap 3

074.1

Couplage capacitif

1) Montage :

- matériel :

- plaquette JBD : - avec fiches (cible)
  - potentiomètre
  - AO

- alim ± 15V
- GBF 1 voie (pour être relié à l'ordi)
- oscillo

- Inductances : $L_1 = L_2 \simeq 40 mH$
- Capacités : $C_1 = C_2 \simeq 220 nF$ et $\Gamma \in [4,7 nF ; 200 nF]$.

032.1

Chaîne d'oscillateurs couplés

1) Matériel :

- oscillateurs
- système vidéo
- marteau
- niveau
- alimentation stabilisée

---

004. 3 et 5

Couplage de pendules

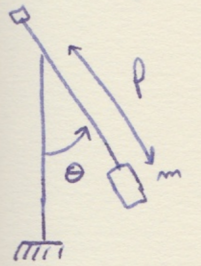
1) Matériel :

- pendules couplés
- boîtier pendules
- masses + contrepoids
- oscilloscope

MP 32 : Couplage des oscillateurs

I. Pendules couplés

1) Oscillateur seul



$\downarrow \vec{g}$

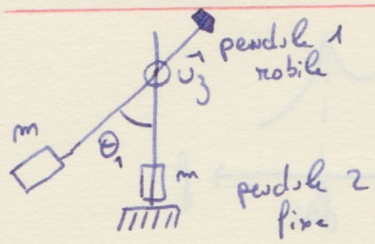
$T = \cancel{\frac{1}{2\pi}}\, 2\pi \sqrt{\frac{J}{mlg}}$

$T^1_{exp} =$ s | $T^2_{exp} =$ s

$J^1_{exp} =$ g m² | $J^2_{exp} =$ g m²

À faire en préparation.
Conclure que $J_1 = J_2 = J$.

2) Caractérisation du couplage



$\vec{\Gamma} = C\theta_1 \vec{u_z}$

$C = \frac{4\pi^2 J}{T^2} - mlg$ [N.m]

$T_{exp} = ($ ± $)$ s

$C_{exp} = ($ ± $)$ Nm

$u(C) =$

3) Modes propres

a - Mode propre symétrique

$T_S = ($ $)$ s

b - Mode propre anti symétrique

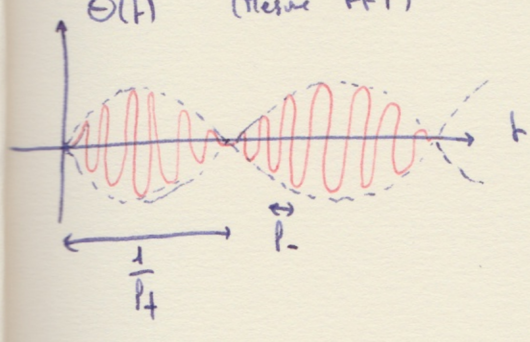
$T_{AS} = ($ $)$ s

$C =$

c - Battements

$f_+ = \frac{f_A + f_S}{2}$ $f_- = \frac{f_A - f_S}{2}$

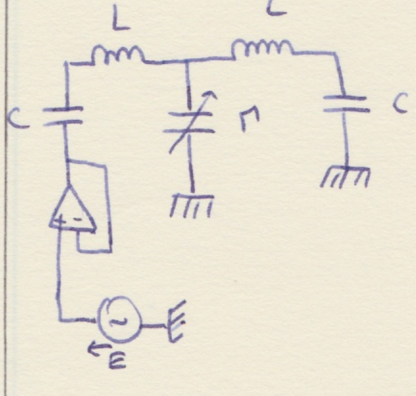
$\Theta(t)$ (Mesure FFT)



$\cancel{f_S} = T_S =$

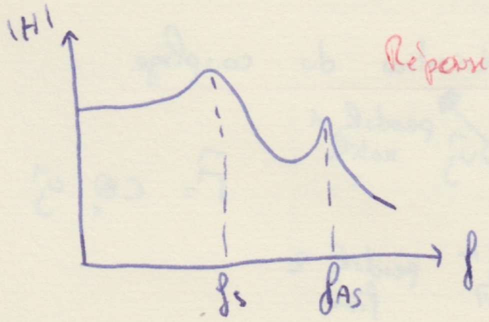
$\cancel{f_A} = T_A =$

II. Couplage capacitif



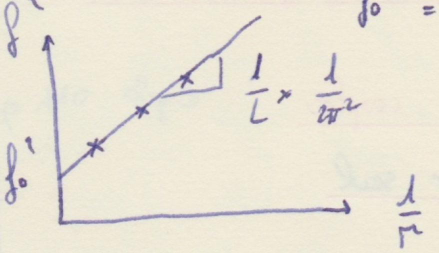
$$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{1}{LC}} = f_S$$

$$f_{AS} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{1}{LC} + \frac{2}{Lr}}$$



Réponse impulsionnelle

$f_0^{\text{théo}} =$

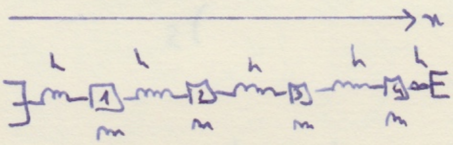


$$f_{AS}^2 = a \times \frac{1}{r} + b$$

$a =$

$b =$

III - Chaîne d'oscillateurs couplés



Réponse impulsionnelle